

# ROTEIRO p SIMULAÇÃO: PÊNDULO FÍSICO

Prof. Nildo Loiola Dias

## 1 OBJETIVOS

- Medir o período de um pêndulo físico em função da posição do ponto de sustentação.
- Determinar o momento de inércia de um pêndulo físico.
- Verificar o efeito da massa no período de oscilação.
- Estudar o efeito da aceleração da gravidade sobre o período de oscilação do pêndulo físico.

## 2 MATERIAL

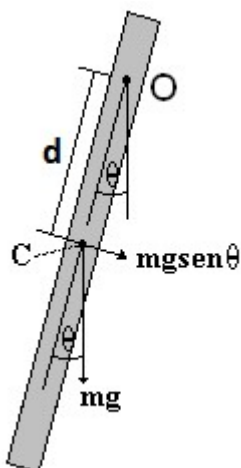
Simulação sobre o Pêndulo Físico:

<https://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/pendulo-fisico>

## 3 FUNDAMENTOS

Um pêndulo físico é um objeto rígido pivotado de modo a girar em torno de um eixo horizontal fixo. Uma barra de comprimento  $L$  e massa  $m$  suspensa em  $O$ , Figura 1, constitui um caso particular de pêndulo físico.

Figura 1 - Pêndulo físico.



Fonte: o autor.

Quando o pêndulo é deslocado de um ângulo  $\theta$  em qualquer direção de sua posição de equilíbrio, surge um torque restaurador. Este torque age em torno de um eixo que atravessa o ponto de suspensão  $O$  e é dado pelo produto da componente tangencial do peso ( $mgsen\theta$ ) pelo braço de alavanca desta componente,  $d$ , que vai de  $O$  até o centro de massa  $C$ :

$$\tau = -(mgsen\theta)(d) \quad (1)$$

O sinal negativo indica que o torque é restaurador, isto é, ele tende sempre a reduzir o ângulo  $\theta$ .

Para pequenas amplitudes,  $\text{sen}\theta \cong \theta$ , então:

$$\tau = -(mgd)\theta \quad (2)$$

Assim, o pêndulo físico está sujeito a um torque restaurador análogo a força restauradora:

$$F = -kx \quad (3)$$

que caracteriza o movimento harmônico simples.

Aplicando a forma rotacional da segunda lei de Newton,  $\Sigma\tau = I\alpha$ , temos:

$$-(mgd)\theta = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (4)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgd}{I}\theta = 0 \quad (5)$$

A equação 5 é a equação diferencial de um oscilador harmônico simples, desta forma, o período do pêndulo físico é dado por:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}} \quad (6)$$

Onde  $I$  é o momento de inércia do pêndulo em relação a um eixo que passa através de seu ponto de suspensão, perpendicular ao plano de oscilação.

## 4 PROCEDIMENTOS

Para a realização dos procedimentos a seguir acesse a simulação do Pêndulo Físico: <https://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/pendulo-fisico>

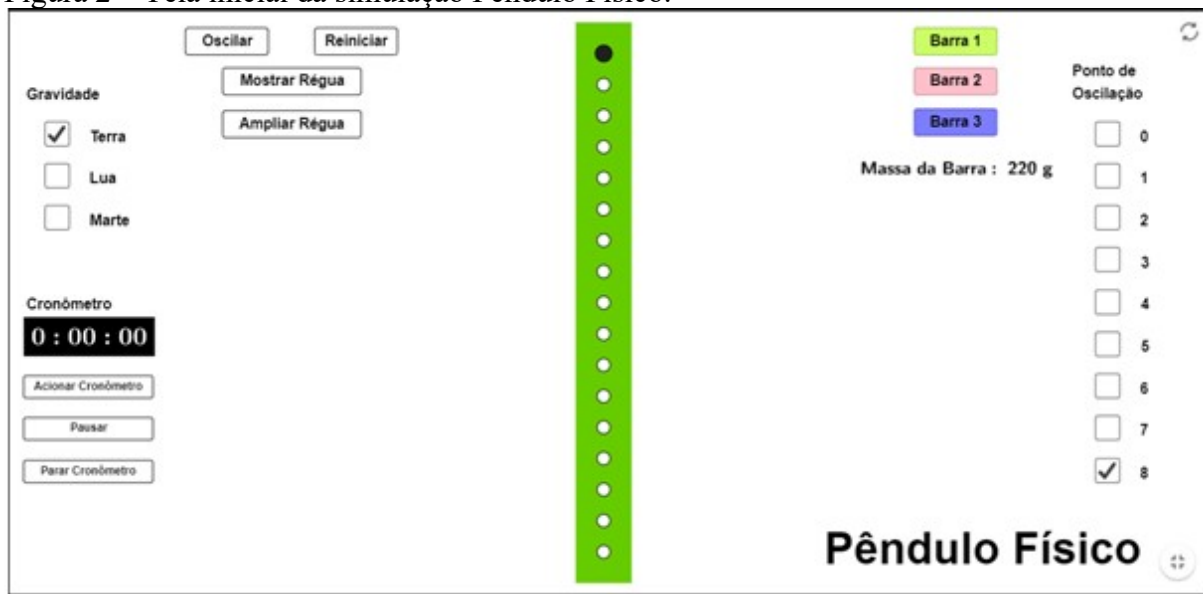
A Figura 2 mostra a tela inicial da simulação Pêndulo Físico. Essa simulação permite o estudo do movimento de oscilação de um pêndulo físico formado por uma haste com 17 pequenos orifícios dispostos ao longo de uma linha central longitudinal e simétricos em relação ao furo no centro da barra. Os períodos de oscilações podem ser medidos para os diversos pontos (orifícios) de oscilação usando um cronômetro da própria simulação. Também é possível estudar o movimento de oscilação em função da aceleração da gravidade e da massa da haste. A simulação representa uma haste de 100 cm de comprimento. Ao longo de uma linha média longitudinal há uma série de orifícios dispostos simetricamente em relação ao centro da barra. Os orifícios repetem-se com uniformidade e não comprometem a simetria da barra em relação ao seu centro de massa. Uma régua permite medir as distâncias necessárias.

### CONTROLES DA SIMULAÇÃO:

- Escolha um ponto de oscilação de 0 a 8.
- Escolha um local para definir a aceleração da gravidade (Terra, Lua ou Marte).

- Escolha a massa da haste (pêndulo físico) dentre 3 opções.
- Pressione o botão OSCILAR para pôr o pêndulo físico em oscilação.
- Pressione o botão REINICIAR para parar a oscilação.
- Pressione o botão MOSTRAR RÉGUA para obter uma régua que pode ser arrastada de modo a permitir fazer a medida desejada.
- Pressione o botão AMPLIAR RÉGUA para ampliar a régua e o pêndulo físico de modo a facilitar a medida com a régua. Dois botões permitem mover (para cima ou para baixo) o pêndulo físico e a régua.
- Um cronômetro permite medir os períodos de oscilação do pêndulo físico.
- Os botões: ACIONAR CRONÔMETRO, PAUSAR e ZERAR CRONÔMETRO permitem o controle do cronômetro.

Figura 2 – Tela inicial da simulação Pêndulo Físico.



Fonte: o autor.

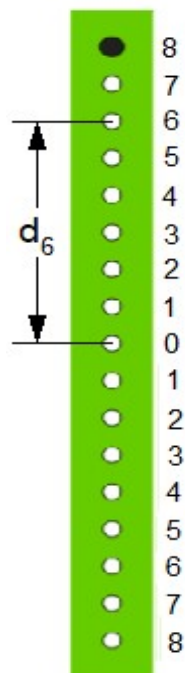
PROCEDIMENTO 1: Estudo do período de oscilação em função da posição do ponto de sustentação.

- 1.1 Escolha a massa da barra e anote,  $m = \underline{\hspace{2cm}}$  g.
- 1.2 Marque a gravidade da Terra.
- 1.3 Suspenda a barra pelo orifício  $O_8$  como indicado na Figura 2.
- 1.4 Meça a distância do ponto de sustentação ao centro de massa da barra, como mostrado na Figura 3. Anote na Tabela 1.
- 1.5 Pressione o botão Oscilar.
- 1.6 Meça o tempo equivalente a 10 períodos (faça três medidas). Anote na Tabela 1.

OBS: O TEMPO DE REAÇÃO HUMANO É DE ALGUNS DÉCIMOS DE SEGUNDO; EMBORA O CRONÔMETRO REGISTRE ATÉ OS CENTÉSIMOS DE SEGUNDO, SÓ FAZ SENTIDO ANOTAR O TEMPO OBTIDO MANUALMENTE, ATÉ OS DÉCIMOS DE SEGUNDO.

- 1.7 Determine o período médio e anote na Tabela 1.
- 1.8 Repita os procedimentos anteriores para todos os orifícios indicados na Tabela 1.

Figura 3 – Numeração dos pontos de oscilação do Pêndulo Físico da simulação.



Fonte: o autor.

Tabela 1 - Medidas do período.

Ponto de suspensão	Distância d (cm)	10 T (s)	10 T (s)	10 T (s)	Período Médio (s)
O <sub>8</sub>					
O <sub>7</sub>					
O <sub>6</sub>					
O <sub>5</sub>					
O <sub>4</sub>					
O <sub>3</sub>					
O <sub>2</sub>					
O <sub>1</sub>					

## PROCEDIMENTO 2: Determinação do momento de inércia.

Resolvendo a Equação 6 para o momento de inércia, obtém-se:

$$I = \frac{T^2 mgd}{4\pi^2} \quad (7)$$

Então, conhecendo-se o período de oscilação de um pêndulo físico e as demais grandezas do segundo membro da equação 7, é possível determinar o momento de inércia de um corpo de qualquer formato que forma um pêndulo físico em relação a um eixo que não passe pelo centro de massa do mesmo.

O momento de inércia de uma barra de massa m e comprimento L em relação ao centro de massa é dado por:

$$I = \frac{1}{12}mL^2 \quad (8)$$

Para um ponto de suspensão O, distando d do centro de massa, podemos aplicar o teorema dos eixos paralelos:

$$I_h = I_{CM} + md^2 \quad (9)$$

2.1 Baseado nos resultados experimentais do procedimento 1 e na Equação 7, determine o momento de inércia da haste da simulação quando suspensa pelos orifícios de números: 8, 5 e 2. Anote na Tabela 2.

2.2 Baseado nas Equações 8 e 9, determine o momento de inércia da barra quando suspensa pelos orifícios de números: 8, 5 e 2. Anote na Tabela 2.

Tabela 2 - Determinação do momento de inércia da haste da simulação.

Orifício	Momento de inércia (Eq. 7)	Momento de inércia (Eqs. 8 e 9)
8		
5		
2		

PROCEDIMENTO 3: Dependência do período de oscilação com a massa da haste.

3.1 Escolha um conjunto de parâmetros e mantenha-os fixos. Faça medidas do período para diferentes massas e verifique a dependência do período de oscilação com a massa da haste. Descreva os procedimentos utilizados e comente o resultado.

PROCEDIMENTO 4: Dependência do período de oscilação com a gravidade.

4.1 Escolha um conjunto de parâmetros e mantenha-os fixos. Escolha diferentes locais (Terra, Lua ou Marte) e verifique a dependência do período de oscilação com a gravidade. Descreva os procedimentos utilizados e comente o resultado.

## 5 QUESTIONÁRIO

- 1- Faça o gráfico dos Períodos de oscilação (T) em função das Distâncias (d) do ponto de suspensão ao centro de massa.
- 2- Uma barra uniforme de comprimento L e massa m, forma um pêndulo físico que oscila em torno do ponto  $O_n$  que está a uma distância d do centro de gravidade O, Figura 3. Encontre uma expressão para o período T em termos de g, L e d.
- 3- Mostre que o período T do pêndulo físico da questão anterior passa por um valor mínimo quando  $d = \frac{L}{\sqrt{12}}$ ; e determine a expressão para o valor mínimo de T.
- 4- Determine do gráfico de T versus x o período mínimo,  $T_{\min}$  e compare com o valor previsto teoricamente.
- 5- Por que no PROCEDIMENTO 2, Equação 7, foi excluída a hipótese de o eixo de rotação passar pelo centro de massa?
- 6- Com relação à questão anterior, como proceder para determinar o momento de inércia em relação a um eixo pelo centro de massa?
- 7- Um pêndulo físico está suspenso por um eixo horizontal fixo à parede de um elevador. Quando a cabine do elevador está parada, o pêndulo tem período T. Como o período é afetado quando o elevador se move:
  - (a) Para cima com velocidade constante.
  - (b) Para baixo com velocidade constante.
  - (c) Para baixo, com aceleração constante para cima.
  - (d) Para cima, com aceleração constante para cima.
  - (e) Para cima, com aceleração constante para baixo  $a < g$ .
  - (f) Para baixo, com aceleração constante para baixo  $a < g$ .
  - (g) É possível que o pêndulo oscile invertido? Em que caso?