

# ROTEIRO p SIMULAÇÃO: PLANO INCLINADO

Prof. Nildo Loiola Dias e Giselle dos Santos Castro

## 1 OBJETIVOS

- Estudar o comportamento de um bloco em um plano inclinado com ou sem forças de atrito;
- Determinar “experimentalmente” os coeficientes de atrito estático e cinético;
- Verificar a dependência das componentes paralela e perpendicular do peso com o ângulo de inclinação da rampa.

## 2 MATERIAL

- Link da simulação Plano Inclinado: <https://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/plano-inclinado>

## 3 FUNDAMENTOS

### PLANO INCLINADO SEM ATRITO

O movimento descrito por um bloco em um plano inclinado sem atrito é o Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado, ou seja, um bloco de massa  $m$  desce uma rampa inclinada com aceleração constante. Na Figura 1, é mostrado o diagrama de forças que atuam sobre o corpo em movimento. O diagrama de forças é formado pela força peso  $\vec{P}$  do corpo, que atua na vertical, e a força normal  $\vec{N}$ , que atua perpendicularmente à superfície do plano inclinado.

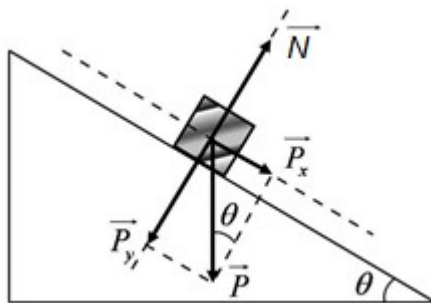


Figura 1: Corpo de massa  $m$  sobre um plano inclinado.

Para estudar o movimento de um corpo em um plano inclinado, é conveniente escolher os eixos coordenados com  $x$  ao longo da rampa e  $y$  perpendicular a ela, como na Figura 1. Essa escolha dos eixos resulta em considerar o bloco uma partícula sob uma força resultante na direção de  $x$  e em equilíbrio na direção de  $y$ .

De acordo com o diagrama de forças na Figura 1, o módulo da força resultante,  $P_x$ , paralela ao plano inclinado sem atrito, é:

$$P_x = P \sin \theta = mg \sin \theta \quad (1)$$

onde  $\theta$  é o ângulo de inclinação do plano inclinado e  $P = mg$  é o módulo da força peso do bloco. Assim, de acordo com a segunda lei de Newton, tem-se que:

$$\sum F_x = ma_x = P_x = mg\text{sen}\theta \quad (2)$$

logo,

$$a_x = g\text{sen}\theta \quad (3)$$

Como o movimento do bloco é um Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado, isto significa que ele se desloca segundo a seguinte equação:

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \quad (4)$$

onde  $x$  é a posição do bloco para cada instante de tempo  $t$ ,  $x_0$  é a posição inicial,  $v_{x0}$  é a velocidade inicial e  $a_x$  é o módulo da aceleração constante. Substituindo Eq. (3) na Eq. (4), temos:

$$x = x_0 + v_{x0}t + \frac{1}{2}g\text{sen}\theta t^2 \quad (5)$$

Considerando  $v_{x0} = 0$ , a Eq.5, torna-se:

$$\Delta x = x - x_0 = \frac{1}{2}g\text{sen}\theta t^2 \quad (6)$$

## PLANO INCLINADO COM ATRITO

A força normal e a força de atrito são forças de contato – interação entre dois corpos por contato direto entre suas superfícies. A força normal é sempre perpendicular à superfície, enquanto a força de atrito é sempre paralela à superfície e de sentido contrário ao movimento relativo entre as duas superfícies.

Quando um corpo está deslizando sobre uma superfície a força de atrito do tipo cinética atua no corpo. O módulo da força de atrito cinético geralmente aumenta quando a força normal aumenta. Verifica-se experimentalmente que o módulo da força de atrito cinético é proporcional ao módulo  $N$  da força normal, sendo expressa como:

$$f_c = \mu_c N \quad (7)$$

onde  $\mu_c$  é o coeficiente de atrito cinético. Quando mais deslizante for uma superfície, menor será seu coeficiente de atrito.

A força de atrito também pode atuar quando não há movimento relativo. Ao tentar mover um bloco sobre uma superfície, ele pode não se mover porque a superfície exerce uma força igual e contrária – a força de atrito estático. Se a força aplicada for maior que o valor da força de atrito estático,  $f_s$ , que a superfície pode exercer, o bloco começa a deslizar. O valor máximo de  $f_s$  é, aproximadamente, proporcional a  $N$ . O fator de proporcionalidade  $\mu_s$ , o coeficiente de atrito estático relaciona-se por:

$$f_s \leq \mu_s n \quad (8)$$

em que o sinal de igual vale somente quando a força aplicada paralela à superfície atingiu seu valor crítico e o movimento está na iminência de começar. Se não há forças aplicadas com componentes paralelas à superfície, não existe força de atrito estático.

Quando o movimento é iniciado, a força de atrito diminui e é por isso que é mais fácil manter o movimento do que o iniciar. Portanto, o coeficiente de atrito cinético é geralmente menor do que o coeficiente de atrito estático para um dado par de superfícies.

A força normal para um bloco sobre um plano inclinado é expressa por:

$$N = P_y = P \cos \theta = mg \cos \theta \quad (9)$$

Assim, teremos:

$$f_c = \mu_c mg \cos \theta \quad (10)$$

$$f_s \leq \mu_s mg \cos \theta \quad (11)$$

para as forças de atrito cinético e estático que atuam em um bloco sobre um plano inclinado com atrito, conforme ilustrado na Figura 2.

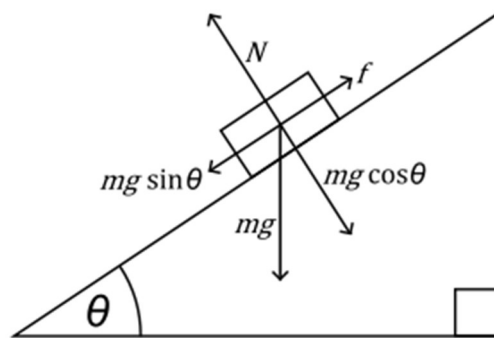


Figura 2: Corpo de massa  $m$  sobre um plano inclinado.

Considerando as forças de atrito, reescrevemos as Equações 2, 3 e 5:

$$\sum F_x = ma_x = P_x = mg \sin \theta - \mu_c mg \cos \theta \quad (12)$$

$$a_x = g(\sin \theta - \mu_c \cos \theta) \quad (13)$$

$$x = x_0 + v_{x0} + \frac{1}{2}g(\sin \theta - \mu_c \cos \theta)t^2 \quad (14)$$

O bloco fica na iminência de iniciar o seu movimento quando a inclinação do plano  $\theta_e$  leva a componente peso paralela a rampa a ter o mesmo módulo da força de atrito estático. Pela Equação 13, encontramos a relação entre o coeficiente de atrito estático  $\mu_e$  e a inclinação do plano  $\theta_e$

$$a_x = g(\sin \theta_e - \mu_e \cos \theta_e) = 0 \rightarrow \mu_e = \frac{\sin \theta_e}{\cos \theta_e} = \tan \theta_e \quad (15)$$

Se um bloco está parado sobre um plano inclinado, o bloco pode ser colocado em movimento dando-se um impulso no mesmo. Iniciado o movimento, uma força de atrito cinético atua sobre o bloco. Um bloco vai deslizar a uma velocidade constante quando  $a_x = 0$ . Partindo da Equação 13, temos:

$$a_x = g(\sin\theta_c - \mu_c \cos\theta_c) \rightarrow \mu_c = \frac{\sin\theta_c}{\cos\theta_c} = \tan\theta_c \quad (16)$$

Então, um bloco se desloca com velocidade constante em um plano inclinado quando a inclinação do plano é tal que a força de atrito cinético contrabalança a componente do peso ao longo do plano,  $P_x$ .

#### 4 PROCEDIMENTOS

Para a realização dos procedimentos acesse a simulação Plano Inclinado:

<https://www.laboratoriovirtual.fisica.ufc.br/plano-inclinado>

Na Figura 3 temos a tela inicial da simulação Plano Inclinado após ajustar a inclinação para  $20^\circ$ , pressionar o botão Transferidor e ampliar a imagem (utilizando o scroll do mouse). A rampa a ser considerada na simulação possui 105 cm de comprimento e o bloco que irá deslizar sobre ela tem a forma cúbica com 5,0 cm de aresta, permitindo um deslocamento total de 100 cm.



Figura 3. Tela inicial da simulação.

Na simulação ao pressionar o botão Liberar, o bloco é liberado e o cronômetro é acionado simultaneamente. Se não tiver atrito o bloco descera o plano inclinado com aceleração constante e quando atingir a base do plano inclinado o cronômetro para automaticamente registrando o tempo de descida. Se tiver atrito e o plano inclinado estiver pouco inclinado, ao pressionar Liberar o cronômetro é acionado, mas o bloco poderá ficar parado. Isso ocorre quando a força de atrito estático é igual à componente do peso ao longo do plano inclinado. Ao pressionar o botão Impulso, o bloco sobre o plano inclinado receberá um pequeno impulso ao longo do plano inclinado para baixo, de modo a vencer a força de atrito estático. Se a

inclinação for pequena, a componente do peso ao longo do plano inclinado será menor do que a força de atrito cinético que passará a atuar e o bloco sofrerá uma redução de sua velocidade. Se a inclinação for grande, a componente do peso ao longo do plano inclinado será maior do que a força de atrito cinético e o bloco irá deslizar sobre a rampa com uma aceleração constante. Se o bloco deslizar sobre a rampa com uma velocidade constante é porque a força de atrito cinético é igual à componente do peso ao longo do plano inclinado.

**PROCEDIMENTO 1:** Verificação da dependência da componente do peso paralela ao plano inclinado com o ângulo de inclinação.

Neste procedimento o bloco descera o plano inclinado sem atrito na Terra. O bloco partirá do repouso e se movimentará com aceleração constante para uma dada inclinação. O objetivo é determinar a aceleração em função da inclinação.

- 1.1 Marque Terra, na tela inicial.
- 1.2 Pressione o botão Transferidor.
- 1.3 Deixe  $\mu_c = \mu_e = 0$ .
- 1.4 Ajuste a massa do bloco para 100 g.
- 1.5 Ajuste a inclinação do plano inclinado para  $10^\circ$ .
- 1.6 Pressione o botão Liberar. Anote o tempo de descida na Tabela 1.
- 1.7 Ajuste a inclinação do plano inclinado para outro valor indicado na Tabela 1 e pressione em sequência: Reiniciar, Liberar. Anote o tempo de descida na Tabela 1.
- 1.8 Repita o procedimento anterior para as outras inclinações indicadas na Tabela 1.

Tabela 1 - Tempos de descida do bloco em função da inclinação do plano inclinado.

	$10^\circ$	$14^\circ$	$18^\circ$	$22^\circ$	$26^\circ$
t (s)					
sen $\theta$					
$P_x = ma_x$ (N)					

1.9 Calcule o sen $\theta$  para cada ângulo de inclinação da Tabela 1. Calcule também a componente do peso paralela ao plano inclinado ( $ma_x$ ). Para isso utilize os tempos anotados na Tabela 1. Calcule a aceleração, sabendo que a aceleração de um corpo que parte do repouso é dada por:

$$a_x = 2x/t^2 \quad (17)$$

**PROCEDIMENTO 2:** Determinação do coeficiente de atrito estático.

Para encontrar o coeficiente de atrito estático será necessário conhecer o ângulo de inclinação máximo do plano em que o bloco permaneça estático, sem deslizar sobre a rampa. Ao inclinar o plano além desse ponto, o bloco começa a deslizar sobre a rampa com aceleração constante.

- 2.1 Marque Terra, na tela inicial.
- 2.2 Pressione o botão Transferidor.

2.3 Ajuste a massa do bloco para 150 g.

2.4 Em Coeficiente de atrito desconhecido marque: Material 1/ Material 2

2.5 Pressione o botão LIBERAR e através do cursor “Inclinação do plano” vá lentamente inclinando o plano e observe o ângulo máximo ( $\theta_{\max}$ ) para o qual o bloco ainda permanece parado. Anote esse ângulo na Tabela 2.

OBS 1: Ao pressionar o botão LIBERAR o cronômetro dispara. Desconsidere-o. O cronômetro não é utilizado nessa atividade.

OBS 2: Se você inclinar demais o plano, o bloco irá descer o plano inclinado com aceleração. Caso queira repetir o experimento clique em REINICIAR e em LIBERAR e volte a inclinar o plano lentamente até encontrar o ângulo máximo ( $\theta_{\max}$ ).

Tabela 2. Ângulos de inclinação máxima do plano inclinado para o qual não há movimento do bloco.

	Material 1/Material 2	Material 3/Material 4	$\mu_e = 0,8$
Terra $\theta_{\max}$ (°)			
Planeta X $\theta_{\max}$ (°)			

2.6 Repita os procedimentos para Material 3/Material 4. Anote na Tabela 2.

2.7 Repita os procedimentos anteriores para o Planeta X e anote na Tabela 2.

2.8 Deixe sem marcação as três opções de material desconhecido e regule o cursor “Atrito estático” para 0,8. Repita os procedimentos anteriores e anote na Tabela 2.

PROCEDIMENTO 3: Determinação do coeficiente de atrito cinético.

Para encontrar o coeficiente de atrito cinético será necessário conhecer o ângulo no qual, após um dado impulso sobre o bloco, o mesmo desliza sobre a rampa a uma velocidade constante. Se a inclinação não for o suficiente para tal, o bloco sofrerá uma redução de sua velocidade devido a presença do atrito cinético. Se for maior que a inclinação necessária para uma velocidade constante, o bloco irá deslizar sobre a rampa com uma aceleração constante.

3.1 Marque Terra, na tela inicial.

3.2 Pressione o botão Transferidor.

3.3 Ajuste a massa do bloco para 150 g.

3.4 Em Coeficiente de atrito desconhecido marque: Material 1/ Material 2

3.5 Através do cursor “Inclinação do plano” escolha uma inclinação (pequena) qualquer. Pressione em sequência: REINICIAR, LIBERAR e IMPULSO. Ao pressionar impulso o bloco sobre o plano inclinado sofre um empurrão instantâneo ao longo do plano inclinado para baixo de modo a vencer a força de atrito estático. Se a inclinação for pequena, a componente do peso ao longo do plano inclinado será menor do que a força de atrito cinético e o bloco sofrerá uma redução de sua velocidade. Se a inclinação for grande, a componente do peso ao longo do plano inclinado será maior do que a força de atrito cinético e o bloco irá deslizar sobre a rampa com uma aceleração constante. Determine o ângulo de inclinação para o qual a componente do peso ao longo do plano inclinado seja igual à força de atrito cinético; neste caso o bloco descera o plano inclinado com velocidade constante. Anote esse ângulo ( $\theta_c$ ) na Tabela 3.

OBS: Pode ser difícil encontrar exatamente o ângulo para o qual o bloco desce com velocidade constante, entretanto uma inclinação próxima (para mais ou para menos) fornecerá o ângulo desejado com um pequeno erro “experimental”.

Tabela 3. Ângulos de inclinação do plano inclinado para o qual o bloco se movimenta com velocidade constante.

	Material 1/Material 2	Material 3/Material 4	$\mu_c = 0,6$
Terra $\theta_c$ (°)			
Planeta X $\theta_c$ (°)			

3.6 Repita os procedimentos para Material 3/Material 4. Anote na Tabela 3.

3.7 Repita os procedimentos anteriores para o Planeta X e anote na Tabela 3.

3.8 Deixe sem marcação as três opções de material desconhecido; regule o cursor “Atrito estático” no valor máximo e o cursor “Atrito cinético” para 0,6. Repita os procedimentos anteriores e anote na Tabela 3.

PROCEDIMENTO 4: Verificação da dependência da componente do peso perpendicular ao plano inclinado com o ângulo de inclinação.

Para a determinação da componente do peso perpendicular ao plano inclinado,  $P_y$ , em função da inclinação do plano é necessário medir a força de atrito cinético, uma vez que  $f = \mu_c P_y$ . Se o bloco desce o plano inclinado com atrito, terá uma aceleração  $a_x$  que pode ser medida em função da inclinação do plano. Da segunda lei de Newton ( $ma_x = P_x - f$ ), assim, conhecendo-se  $ma_x$  e  $P_x$  é possível determinar a força de atrito cinético,  $f$ , em função da inclinação do plano. Lembrando que  $P_x$  não depende se há ou não atrito entre o bloco e o plano inclinado.  $P_x$  foi determinado no procedimento 1 para vários ângulos de inclinação.

4.1 Marque Planeta X, na tela inicial.

4.2 Pressione o botão Transferidor.

4.3 Ajuste a massa do bloco para 100 g.

4.4 Em Coeficiente de atrito desconhecido deixe todos sem marcação.

4.5 Deixe  $\mu_c = \mu_e = 0,3$

4.6 Ajuste a inclinação do plano inclinado para  $10^\circ$ .

4.7 Pressione em sequência: REINICIAR, LIBERAR. Anote o tempo de descida na Tabela 4.

Tabela 4. Tempos de descida do bloco em função da inclinação do plano inclinado (com atrito).

	$10^\circ$	$14^\circ$	$18^\circ$	$22^\circ$	$26^\circ$
t (s)					
$\cos\theta$					
$a_x$ ( $m/s^2$ )					
$P_y$ (N)					

4.8 Repita o procedimento anterior para as outras inclinações indicadas na Tabela 4.

4.9 Calcule o  $\cos\theta$  para cada ângulo de inclinação da Tabela 4. Calcule também a aceleração do bloco ao longo do plano inclinado ( $a_x$ ). Para isso utilize os tempos obtidos na Tabela 4, sabendo que a aceleração de um corpo que parte do repouso é dada por:

$$a_x = 2x/t^2$$

4.10 Determine o módulo da força de atrito, sabendo que  $ma_x = P_x - f$ . Determine  $P_y$  sabendo que  $f = \mu_c P_y$  e anote na Tabela 4.

## 5 QUESTIONÁRIO

1. Faça o gráfico de  $P_x$  em função do  $\sin\theta$  para os dados da Tabela 1.
2. Faça o gráfico de  $P_y$  em função do  $\cos\theta$  para os dados da Tabela 4.
3. Determine os coeficientes de atrito estático a partir dos dados da Tabela 2.
4. Determine os coeficientes de atrito cinético a partir dos dados da Tabela 3.
5. A massa do bloco influencia na determinação dos coeficientes de atrito? Justifique.
6. Poderia se afirmar que a força normal e a força de atrito são componentes de uma força dita força de contato? Justifique.
7. Um bloco de metal se desloca acelerado, para baixo, em um plano de madeira inclinado de  $30^\circ$ . Há diferença na força peso do bloco, na normal e na força de atrito cinético, se o conjunto bloco e plano inclinado está na Terra ou na Lua? Justifique.
8. Uma caixa está em repouso sobre um plano inclinado que possui atrito suficiente para impedir seu deslizamento para baixo. Para fazer o bloco se mover, é mais fácil empurrá-lo para cima do plano ou para baixo do plano? Justifique.